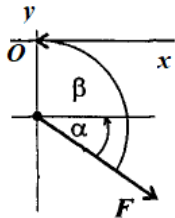


Вступительные испытания по дисциплине «Техническая механика».

Билет № 10-23 с решениями

1. Определите проекцию данной силы  $F = 3\text{кН}$  на ось  $Ox$ , если угол  $\beta = 135^\circ$ .

Ответ дайте в  $\text{кН}$  с точностью до трех значащих цифр.



Полученное число без указания единиц измерения запишите в опросный лист.

Решение.

По определению

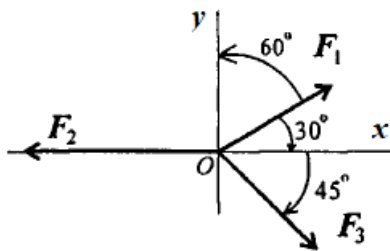
$$F_x = |F| \cdot \cos \alpha = |F| \cdot \cos(\beta - 90^\circ) = |F| \cdot \cos(135^\circ - 90^\circ) = 3 \cdot \cos 45^\circ = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 2,12(\text{кН}) .$$

Ответ: 2,12 .

2. Найдите величину равнодействующей плоской системы сходящихся сил, если  $F_1 = 25\text{кН}$  ,

$$F_2 = 16\text{кН} , F_3 = 20\text{кН} .$$

Ответ дайте в  $\text{Н}$  с точностью до трех значащих цифр.



Полученное число без указания единиц измерения запишите в опросный лист.

Решение.

Алгебраические суммы проекций всех сил системы на каждую из осей являются

соответствующими проекциями равнодействующей:  $F_x = \sum_i F_{xi}$  и  $F_y = \sum_i F_{yi}$  .

Величину (модуль) равнодействующей определим по формуле  $|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

$$F_x = \sum_i F_{xi} = F_1 \cdot \cos 30^\circ - F_2 + F_3 \cdot \cos 45^\circ = 25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 16 + 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 21,65 - 16 + 14,14 \approx 19,79 ,$$

$$F_y = \sum_i F_{yi} = F_1 \cdot \cos 60^\circ + 0 - F_3 \cdot \cos 45^\circ = 25 \cdot \frac{1}{2} + 0 - 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 12,50 - 14,14 \approx -1,64 .$$

$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \approx \sqrt{(19,79)^2 + (-1,64)^2} \approx 19,9(\text{кН}) = 19900(\text{Н}) .$$

Ответ: 19900 .

3. Плоская система трех сходящихся сил находится в равновесии. Проекция двух сил

системы на взаимно перпендикулярные оси равны:  $F_{1x} = -6\text{кН}$  ,  $F_{1y} = 3\text{кН}$  и

$F_{2x} = -1\text{кН}$  ,  $F_{2y} = 4\text{кН}$  . Определите величину третьей силы системы.

Ответ дайте в  $\text{кН}$  с точностью до трех значащих цифр.

Полученное число без указания единиц измерения запишите в опросный лист.

Решение.

Условием равновесия для сходящейся системы сил является нулевой вектор равнодействующей. В проекциях сил это условие будет:  $\sum_i F_{xi} = 0$  и  $\sum_i F_{yi} = 0$  .

Тогда:

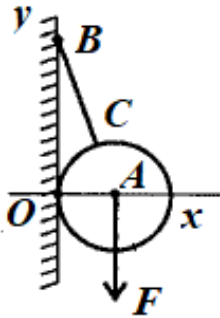
$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = -6 - 1 + F_{3x} = 0 \Rightarrow F_{3x} = 7(\text{кН}) \text{ и } F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 3 + 4 + F_{3y} = 0 \Rightarrow F_{3y} = -7(\text{кН}) .$$

Величину (модуль) искомой силы найдем по формуле:

$$|F_3| = \sqrt{F_{3x}^2 + F_{3y}^2} = \sqrt{7^2 + (-7)^2} \approx 9,90(\text{кН}) .$$

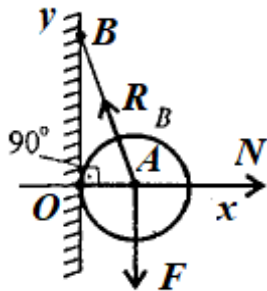
Ответ: 9,90 .

4. Шар массой 1 кг подвешен на нерастяжимой нити  $BC$  и опирается на вертикальную стенку. Угол между нитью и стенкой составляет  $30^\circ$  . Определите величину реакции стенки, если система находится в равновесии. Ускорение свободного падения принять равным  $10 \text{ м/с}^2$  .  
 Ответ дайте в системе СИ с точностью до трех значащих цифр.



Полученное число без указания единиц измерения запишите в опросный лист.

Решение.



Силы, действующие на шар, изображены на рисунке. Приведем их к точке  $A$  . Условия равновесия системы в проекциях на оси  $Ox$  ,  $Oy$  в данной задаче будут:

$$\begin{cases} F_x + R_{bx} + N_x = 0 \\ F_y + R_{by} + N_y = 0 \end{cases} . \text{ Учитывая, что } F_x = 0 , F_y = -F = -10 \text{ Н} ,$$

$$N_x = N , N_y = 0 , R_{bx} = R_b \cdot \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} \cdot R_b = -0,5 \cdot R_b ,$$

$$R_{bx} = R_b \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot R_b \approx 0,866 \cdot R_b , \text{ исходная система будет:}$$

$$\begin{cases} 0 - 0,5 \cdot R_b + N = 0 \\ -10 + 0,866 \cdot R_b + 0 \approx 0 \end{cases} . \text{ Отсюда } R_b \approx \frac{10}{0,866} \approx 11,55(\text{Н}) , N = 0,5 \cdot R_b \approx 5,77(\text{Н}) .$$

Ответ: 5,77 .

5. Дана пара сил, величина каждой из которых равна  $12 \text{ кН}$  с плечом  $0,25 \text{ м}$  .  
 Определите величину каждой силы из пары сил с плечом  $1,95 \text{ м}$  , эквивалентной исходной паре.  
 Ответ дайте в системе СИ с точностью до трех значащих цифр.

Полученное число без указания единиц измерения запишите в опросный лист.

Решение.

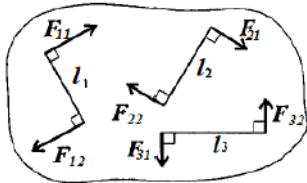
Парой сил называется система из двух параллельных, равных по величине и противоположно направленных сил  $|F_{11}| = |F_{12}|$  . Расстояние между линиями действия сил (длина перпендикуляра)  $l_1$  называется плечом пары сил. Момент пары сил равен произведению величины силы на ее плечо  $M_1 = |F_{11}| \cdot l_1 = |F_{12}| \cdot l_1$  . Момент пары сил величина алгебраическая : считается положительным, если пара сил приводит к вращению

по часовой стрелке и отрицательным – если вращение будет против часовой стрелки. Две пары сил называются эквивалентными, если их моменты равны  $M_1 = M_2$ .

$$\text{Отсюда } M_1 = M_2 \Rightarrow |F_{11}| \cdot l_1 = |F_{21}| \cdot l_2 \Rightarrow |F_{21}| = \frac{|F_{11}| \cdot l_1}{l_2} = \frac{12 \cdot 0,25}{1,95} \approx 1,54 (\text{кН}) = 1540 (\text{Н}).$$

Ответ: 1540.

6. На рисунке показана система пар сил. Определите модуль момента результирующей пары, если  $|F_{11}| = |F_{12}| = 1,2 \text{ кН}$ ,  $l_1 = 1,05 \text{ м}$ ;



$$|F_{21}| = |F_{22}| = 0,68 \text{ кН}, \quad l_2 = 2,75 \text{ м};$$

$$|F_{31}| = |F_{32}| = 3,14 \text{ кН}, \quad l_3 = 1,12 \text{ м}.$$

Ответ дайте в кНм с точностью до трех значащих цифр.

Полученное число без указания единиц измерения запишите в опросный лист.

Решение.

Момент результирующей пары равен алгебраической сумме моментов пар системы.

$$M_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=n} M_i. \quad \text{В нашем случае: } M_{\Sigma} = M_1 + M_2 - M_3 = 1,2 \cdot 1,05 + 0,68 \cdot 2,75 - 3,14 \cdot 1,12 \approx$$

$$\approx 1,26 + 1,87 - 3,517 = -0,387 (\text{кН} \cdot \text{м}).$$

Отрицательное значение суммарного момента означает, что момент результирующей силы осуществляет поворот против часовой стрелки.

Ответ: 0,387.

7. Движение материальной точки определяется уравнением  $S = 6,54 \cdot t^2 + 1,3 \cdot t$ ,

где  $S(\text{м})$  – путь, пройденный точкой за промежуток времени от нулевого до момента времени  $t(\text{с})$ . Определите среднюю скорость движения за первые четыре секунды.

Ответ дайте в системе СИ с точностью до трех значащих цифр.

Полученное число без указания единиц измерения запишите в опросный лист.

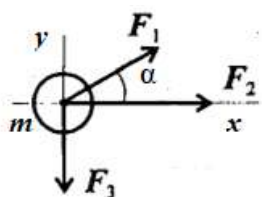
Решение.

По определению средней скоростью движения называют отношение пути  $\Delta S$ , пройденного телом за некоторый промежуток времени  $\Delta t$ , к этому промежутку времени.

$$v_{\text{ср.}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Big|_{t=4\text{с}} = \frac{6,54 \cdot 4^2 + 1,3 \cdot 4}{4} = 6,54 \cdot 4 + 1,3 = 27,46 (\text{м/с}) \approx 27,5 (\text{м/с}).$$

Ответ: 27,5.

8. На материальную точку массой  $2 \text{ кг}$  действуют три силы:  $F_1 = 3 \text{ Н}$ ,  $F_2 = 8 \text{ Н}$ ,  $F_3 = 2 \text{ Н}$ .



Направления действия сил показаны на рисунке. Угол  $\alpha = 45^\circ$ .

Определите величину суммарного ускорения, которое получает точка под действием всех трех сил.

Ответ дайте в системе СИ с точностью до трех значащих цифр.

Полученное число без указания единиц измерения запишите в

опросный лист.

Решение.

Суммарное ускорение  $a_{\Sigma}$  найдем по основному закону динамики  $F_{\Sigma} = m \cdot a_{\Sigma}$ , где  $F_{\Sigma}$  – суммарная (равнодействующая) сила,  $m$  – масса тела (материальной точки).

Величину равнодействующей определим как  $F_{\Sigma} = \sqrt{(F_{\Sigma x})^2 + (F_{\Sigma y})^2}$ , где  $F_{\Sigma x}$ ,  $F_{\Sigma y}$  – суммы проекций сил на оси  $x$  и  $y$  соответственно.

$$F_{\Sigma x} = F_1 \cdot \cos 45^\circ + F_2 + 0 = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 8 \approx 10,12 (H), \quad F_{\Sigma y} = F_1 \cdot \sin 45^\circ + 0 - F_3 = 3 \cdot \frac{1}{2} - 2 = 0,5 (H).$$

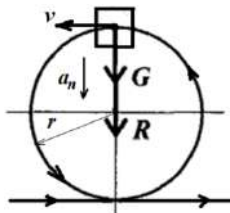
$$F_{\Sigma} = \sqrt{(F_{\Sigma x})^2 + (F_{\Sigma y})^2} \approx \sqrt{(10,12)^2 + (0,5)^2} \approx 10,13 (H). \quad \text{Тогда } a_{\Sigma} = \frac{F_{\Sigma}}{m} \approx \frac{10,13}{2} \approx 5,07 (м/с^2).$$

Ответ: 5,07 .

9. Определите, с какой силой летчик массой  $m = 70$  кг давит на кресло в верхней точке фигуры пилотажа «мертвая петля», если скорость самолета в этой точке  $v = 540$  км/ч, а радиус петли  $r = 1000$  м. Ускорение свободного падения  $g$  принять равным  $10$  м/с<sup>2</sup>.  
 Ответ получите в кН с точностью до трех значащих цифр.

Найденное число без указания единиц измерения запишите в опросный лист.

Решение.



Силы, действующие на летчика: сила тяжести  $G = mg$  и сила реакции опоры  $R$  (см. рисунок). В соответствии с 3-им законом Ньютона реакция опоры численно равна силе давления. При проектировании векторного уравнения основного закона динамики на вертикальную ось получим:

$R + G = ma_n$ , где  $a_n = v^2/r$  – центростремительное ускорение.

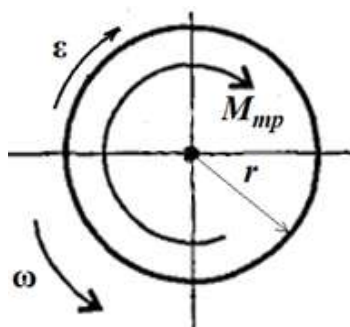
Окончательно

$$R = m \left( \frac{v^2}{r} - g \right) = 70 \left( \frac{150^2}{1000} - 10 \right) = 875 \text{ Н} = 0,875 \text{ кН} = F_{\text{дав}}$$

.Ответ: 0,875 .

10. Скорость вращения колеса за  $t = 90$  секунд уменьшилась от  $n_1 = 420$  об/мин до  $n_2 = 280$  об/мин. Считая вращение колеса равнозамедленным, определите момент силы торможения (трения)  $M_{mp}$ , если момент инерции колеса равен  $J = 105$  кг·м<sup>2</sup>.  
 Ответ дайте в системе СИ с точностью до трех значащих цифр.

Полученное число без указания единиц измерения запишите в опросный лист.



Решение.

Чтобы получить ответ, используя уравнение вращательного движения твердого тела  $\sum_i M_i = J \cdot \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – угловое ускорение, которое в данной задаче нужно найти.

$$\varepsilon = \frac{\omega_1 - \omega_2}{t} = 2\pi \frac{n_1 - n_2}{t} = 2\pi \frac{420 - 280}{60 \cdot 90} \approx 0,1629 \left( \frac{рад}{с^2} \right).$$

Тогда  $M_{mp} = J \cdot \varepsilon = 105 \cdot 0,1629 \approx 17,1 (H \cdot м)$ .

Ответ: 17,1 .